

入学試験過去問題

数 学

東北大学（文系）

対象年度：2017 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

第 1 問

s を正の実数とする。鋭角三角形 ABC において、辺 AB を $s:1$ に内分する点を D とし、辺 BC を $s:3$ に内分する点を E とする。線分 CD と線分 AE の交点を F とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AF} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$ とするとき、 α と β を求めよ。
- (2) F から辺 AC に下ろした垂線を FG とする。 FG の長さが最大となるときの s を求めよ。

第 2 問

p, q を実数とする。関数 $f(x) = x^2 + px + q$ の $-1 \leq x \leq 2$ における最小値が 0 以上となる点 (p, q) 全体からなる領域を D とする。以下の問いに答えよ。

- (1) pq 平面上に領域 D を図示せよ。
- (2) D の点 (p, q) で $q \leq 5$ を満たすものの全体のなす図形の面積を求めよ。

第 3 問

a を 3 で割り切れない正の整数とする。 a を 3 で割ったときの商を b , 余りを c とする。
次の問いに答えよ。

- (1) $c = 2$ のとき, $2a + 1 = as + 3t$ を満たす負でない整数 s, t を b を用いて表せ。
- (2) n を $n \geq 2a - 2$ を満たす整数とする。このとき $n = as + 3t$ を満たす負でない整数 s, t が存在することを示せ。

第 4 問

A 君と B 君はそれぞれ、0 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードが入った箱を 1 つもっている。2 人は、自分の箱の中から無作為に 3 枚のカードを取り出して得点を競うゲームをする。取り出された 3 枚のカードに 0 が含まれていない場合の得点は 3 枚のカードに書かれた数の平均値とし、0 が含まれている場合は残り 2 枚のカードに書かれた数の合計とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A 君, B 君の少なくとも一方が 0 を取り出して、しかも双方とも得点が 3 点となる確率を求めよ。
- (2) A 君の得点が整数でなく、かつ、B 君の得点より大きい確率を求めよ。