

2015 年度前期日程入学試験学力検査問題

数 学〔文系〕

志望学部／学科／専攻	試 験 時 間	指定解答用紙
文系学部	100 分	1 ～ 4

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. 問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆（シャープペンシルも可）で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄（1 枚につき 2 か所）には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 次の性質をもつ数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 3$$

$$a_{n+1} > a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$a_n^2 - 2a_n a_{n+1} + a_{n+1}^2 = 3(a_n + a_{n+1}) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, $a_n + a_{n+2}$ を a_{n+1} を用いて表せ。
- (2) $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定まる数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

2 $t > 0$ を実数とする。座標平面において, 3 点 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $P(t, \sqrt{3}t)$ を頂点とする三角形 ABP を考える。

- (1) 三角形 ABP が鋭角三角形となるような t の範囲を求めよ。
- (2) 三角形 ABP の垂心の座標を求めよ。
- (3) 辺 AB , BP , PA の中点をそれぞれ M , Q , R とおく。 t が (1) で求めた範囲を動くとき, 三角形 ABP を線分 MQ , QR , RM で折り曲げてできる四面体の体積の最大値と, そのときの t の値を求めよ。

3 サイコロを3回投げて出た目の数を順に p_1, p_2, p_3 とし, x の2次方程式

$$2p_1x^2 + p_2x + 2p_3 = 0 \quad \dots\dots (*)$$

を考える。

- (1) 方程式 $(*)$ が実数解をもつ確率を求めよ。
- (2) 方程式 $(*)$ が実数でない2つの複素数解 α, β をもち, かつ $\alpha\beta = 1$ が成り立つ確率を求めよ。

4 $a > 0$ を実数とする。関数 $f(t) = -4t^3 + (a+3)t$ の $0 \leq t \leq 1$ における最大値を $M(a)$ とする。

- (1) $M(a)$ を求めよ。
- (2) 実数 $x > 0$ に対し, $g(x) = M(x)^2$ とおく。 xy 平面において, 関数 $y = g(x)$ のグラフに点 $(s, g(s))$ で接する直線が原点を通るとき, 実数 $s > 0$ とその接線の傾きを求めよ。
- (3) a が正の実数全体を動くとき,

$$k = \frac{M(a)}{\sqrt{a}}$$

の最小値を求めよ。

