

# 入学試験過去問題

## 数 学

東北大学（文系）

対象年度：2013 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

## 第 1 問

$a$  を実数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 2 次方程式  $x^2 - 2(a+1)x + 3a = 0$  が、 $-1 \leq x \leq 3$  の範囲に 2 つの異なる実数解をもつような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $a$  が (1) で求めた範囲を動くとき、放物線  $y = x^2 - 2(a+1)x + 3a$  の頂点の  $y$  座標が取りうる値の範囲を求めよ。

## 第 2 問

四面体  $OABC$  において、 $OA = OB = OC = 1$  とする。 $\angle AOB = 60^\circ$ ,  $\angle BOC = 45^\circ$ ,  $\angle COA = 45^\circ$  とし、 $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$  とおく。点  $C$  から面  $OAB$  に垂線を引き、その交点を  $H$  とする。

(1) ベクトル  $\vec{OH}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  を用いて表せ。

(2)  $CH$  の長さを求めよ。

(3) 四面体  $OABC$  の体積を求めよ。

### 第 3 問

A, B の 2 人が, サイコロを 1 回ずつ交互に投げるゲームを行う。自分の出したサイコロの目を合計して先に 6 以上になった方を勝ちとし, その時点でゲームを終了する。A から投げ始めるものとし, 以下の問いに答えよ。

- (1) B がちょうど 1 回投げて B が勝ちとなる確率を求めよ。
- (2) B がちょうど 2 回投げて B が勝ちとなる確率を求めよ。
- (3) B がちょうど 2 回投げて, その時点でゲームが終了していない確率を求めよ。

## 第 4 問

$t$  は  $0 \leq t \leq 1$  を満たす実数とする。放物線  $y = x^2$ ，直線  $x = 1$ ，および  $x$  軸とで囲まれた図形を  $A$ ，放物線  $y = 4(x - t)^2$  と直線  $y = 1$  とで囲まれた図形を  $B$  とする。 $A$  と  $B$  の共通部分の面積を  $S(t)$  とする。

- (1)  $S(t)$  を求めよ。
- (2)  $0 \leq t \leq 1$  における  $S(t)$  の最大値を求めよ。