

2012 年度前期日程入学試験学力検査問題

数 学〔文系〕

志望学部／学科／専攻	試 験 時 間	指定解答用紙
文系学部	100 分	1 ～ 4

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. 問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆（シャープペンシルも可）で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄（1 枚につき 2 か所）には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 a を正の実数とし、 $a \neq \frac{1}{2}$ とする。曲線 $C : y = x^2$ 上の 2 点 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ と $Q(a, a^2)$ をとる。点 P を通り P における C の接線と直交する直線を l とし、点 Q を通り Q における C の接線と直交する直線を m とする。 l と m の交点が C 上にあるとき、以下の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 2 直線 l, m と曲線 C で囲まれた図形のうちで y 軸の右側の部分の面積を求めよ。

2 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \left| 2 \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \sin x + \sqrt{3} \cos x - \frac{5}{4} \right|$$

と定める。以下の問いに答えよ。

(1) $t = -\sin x + \sqrt{3} \cos x$ とおく。 $f(x)$ を t の関数として表せ。

(2) x が $0 \leq x \leq 90^\circ$ の範囲を動くとき、 t のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) x が $0 \leq x \leq 90^\circ$ の範囲を動くとき、 $f(x)$ のとりうる値の範囲を求めよ。また、 $f(x)$ が最大値をとる x は、 $60^\circ < x < 75^\circ$ を満たすことを示せ。

3 袋 A, 袋 B のそれぞれに, 1 から N の自然数がひとつずつ書かれた N 枚のカードが入っている。これらのカードをよくかきまぜて取り出していく。以下の問いに答えよ。

- (1) $N = 4$ とする。袋 A, B のそれぞれから同時に 1 枚ずつカードを取り出し, 数字が同じかどうかを確認する操作を繰り返す。ただし, 取り出したカードは元には戻さないものとする。4 回のカードの取り出し操作が終わった後, 数字が一致していた回数を X とする。 $X = 1, X = 2, X = 3, X = 4$ となる確率をそれぞれ求めよ。また, X の期待値を求めよ。
- (2) $N = 3$ とし, n は自然数とする。袋 A, B のそれぞれから同時に 1 枚ずつカードを取り出し, カードの数字が一致していたら, それらのカードを取り除き, 一致していなかったら, 元の袋に戻すという操作を繰り返す。カードが初めて取り除かれるのが n 回目で起こる確率を p_n とし, n 回目の操作ですべてのカードが取り除かれる確率を q_n とする。 p_n と q_n を求めよ。

4 平面上のベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ が

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}$$

を満たすとする。ただし, 記号 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ はベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を表す。以下の問いに答えよ。

- (1) 実数 p, q に対して, $\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}$ とおく。このとき, 次の条件

$$|\vec{c}| = 1, \quad \vec{a} \cdot \vec{c} = 0, \quad p > 0$$

を満たす実数 p, q を求めよ。

- (2) 平面上のベクトル $\vec{x}$ が

$$-1 \leq \vec{a} \cdot \vec{x} \leq 1, \quad 1 \leq \vec{b} \cdot \vec{x} \leq 2$$

を満たすとき, $|\vec{x}|$ のとりうる値の範囲を求めよ。

