

2010 年度前期日程入学試験学力検査問題

数 学〔文系〕

志望学部／学科／専攻	試 験 時 間	指定解答用紙
文系学部	100 分	1 ～ 4

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. 問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆（シャープペンシルも可）で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄（1 枚につき 2 か所）には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 $f(x) = x^3$ とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) $0 \leq a < x < y$ を満たすすべての a, x, y に対して

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a} < \frac{f(y) - f(x)}{y - x}$$

が成り立つことを示せ。

(2) $y < x < b$ を満たすすべての x, y に対して

$$f(x) > \frac{(x - y)f(b) + (b - x)f(y)}{b - y}$$

が成り立つような b の範囲を求めよ。

2 放物線 $C: y = x^2$ に対して、以下の問いに答えよ。

(1) C 上の点 $P(a, a^2)$ を通り、 P における C の接線に直交する直線 l の方程式を求めよ。

(2) l を (1) で求めた直線とする。 $a \neq 0$ のとき、直線 $x = a$ を l に関して対称に折り返して得られる直線 m の方程式を求めよ。

(3) (2) で求めた直線 m は a の値によらず定点 F を通ることを示し、 F の座標を求めよ。

3 数直線上を動く点 P がある。裏表の出る確率が等しい硬貨を 2 枚投げて、2 枚とも表が出たら P は正の向きに 1 だけ移動し、2 枚とも裏が出たら P は負の向きに 1 だけ移動し、それ以外のときはその位置にとどまるものとする。 P が原点 O を出発点として、このような試行を n 回繰り返して到着した位置を S_n とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $S_2 = -1$ となる確率を求めよ。
- (2) $S_3 = 1$ となる確率を求めよ。
- (3) 試行を n 回繰り返して出た表の総数を i とするとき、 S_n を求めよ。
- (4) k を整数とすると、 $S_n = k$ となる確率を求めよ。

4 四面体 $ABCD$ において、辺 AB の中点を M 、辺 CD の中点を N とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 等式

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}$$

を満たす点 P は存在するか。証明をつけて答えよ。

- (2) 点 Q が等式

$$|\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB}| = |\overrightarrow{QC} + \overrightarrow{QD}|$$

を満たしながら動くとき、点 Q が描く図形を求めよ。

- (3) 点 R が等式

$$|\overrightarrow{RA}|^2 + |\overrightarrow{RB}|^2 = |\overrightarrow{RC}|^2 + |\overrightarrow{RD}|^2$$

を満たしながら動くとき、内積 $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MR}$ は R のとり方によらず一定であることを示せ。

- (4) (2) の点 Q が描く図形と (3) の点 R が描く図形が一致するための必要十分条件は $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ であることを示せ。

