

入学試験過去問題

数 学

東北大学（文系）

対象年度：2008 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

第 1 問

a を実数とし,

$$f(x) = x^3 + (2a - 4)x^2 + (a^2 - 4a + 4)x$$

とおく。方程式 $f(x) = 0$ が 2 つの異なる実数解をもつとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) a の値の範囲を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ。
- (3) a が (1) で求めた範囲を動くとき, $y = f(x)$ の極大値をあたえる x について, 点 $(x, f(x))$ が xy 平面上にえがく図形を図示せよ。

第 2 問

a, b, c, d, e を実数とする。多項式

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

が次の条件 (i), (ii), (iii) をすべてみたすとき, a, b, c, d, e の値を求めよ。

(i) $x^4 f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

(ii) $f(1-x) = f(x)$

(iii) $f(1) = 1$

第 3 問

平面上の $\triangle OA_1A_2$ は $\angle OA_2A_1 = 90^\circ$, $OA_1 = 1$, $OA_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ をみたすとする。 A_2 から OA_1 へ垂線をおろし、交点を A_3 とする。 A_3 から OA_2 へ垂線をおろし、交点を A_4 とする。以下同様に、 $k = 4, 5, \dots$ について、 A_k から OA_{k-1} へ垂線をおろし、交点を A_{k+1} とし、順番に $A_5, A_6, \dots$ を定める。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) A_kA_{k+1} ($k = 1, 2, \dots$) を求めよ。

(2) $\vec{h_k} = \overrightarrow{A_kA_{k+1}}$ とおくとき、自然数 n に対して $\sum_{k=1}^n \vec{h_k} \cdot \overrightarrow{h_{k+1}}$ を求めよ。ただし、 $\vec{h_k} \cdot \overrightarrow{h_{k+1}}$ は $\vec{h_k}$ と $\overrightarrow{h_{k+1}}$ の内積を表す。

第 4 問

点 P が次のルール (i), (ii) に従って数直線上を移動するものとする。

- (i) 1, 2, 3, 4, 5, 6 の目が同じ割合で出るサイコロを振り、出た目の数を k とする。
P の座標 a について, $a > 0$ ならば座標 $a - k$ の点へ移動し, $a < 0$ ならば座標 $a + k$ の点へ移動する。
- (ii) 原点に移動したら終了し, そうでなければ (i) を繰り返す。

このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) P の座標が 1, 2, ..., 6 のいずれかであるとき, ちょうど 2 回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ。
- (2) P の座標が 1, 2, ..., 6 のいずれかであるとき, ちょうど 3 回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ。
- (3) P の座標が 7 であるとき, ちょうど n 回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ。