

入学試験過去問題

数 学

東北大学（文系）

対象年度：2006 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

第 1 問

定数 a, b, c, p, q を整数とし、次の x と y の三つの多項式

$$P = (x + a)^2 - 9c^2(y + b)^2$$

$$Q = (x + 11)^2 + 13(x + 11)y + 36y^2$$

$$R = x^2 + (p + 2q)xy + 2pqy^2 + 4x + (11p - 14q)y - 77$$

を考える。以下の問に答えよ。

- (1) 多項式 P, Q, R を因数分解せよ。
- (2) P と Q, Q と R, R と P は、それぞれ x, y の 1 次式を共通因数としてもっているものとする。このときの整数 a, b, c, p, q を求めよ。

第 2 問

袋の中に 1 から 7 までの番号が書かれた球が 7 個入っている。ここから同時に 3 個の球を取り出す。取り出された 3 個の球に書かれている数を大きいものから順に X , Y , Z とする。 X , Y , Z それぞれの期待値を求めよ。ただし, 7 個の球にはそれぞれ互いに異なる 1 個の番号が書かれていて, どの球も取り出される確率は皆等しいものとする。

第 3 問

図-1 のような $AB = BC = CD = DA = AC = 1$ である四角形 $ABCD$ を考える。この四角形 $ABCD$ を AC で折り、図-2 のように点 B, C, D が平面 P にのるように置く。図-2 に現れる辺 CB と辺 CD とがなす角を α , $\alpha = \angle BCD$, とし $0^\circ < \alpha < 120^\circ$ とする。以下の問に答えよ。

- (1) 図-2 において、 A から平面 P に下ろした垂線が P と交わる点を H とする。 $\overrightarrow{AH}$ を $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$ と α とで表せ。
- (2) $\overrightarrow{AH}$ の長さを α を用いて表せ。
- (3) H が図-2 における $\triangle BCD$ の重心となるとき、の角度 α を求めよ。

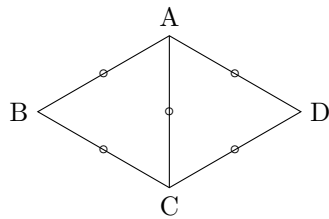


図-1

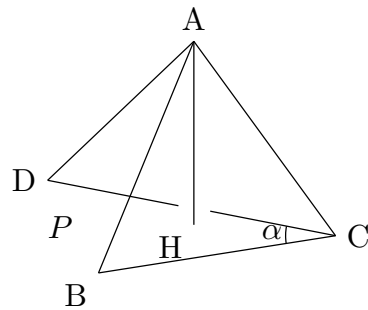


図-2

第 4 問

連立不等式 $1 \leq x \leq 2$, $y \leq 0$ が表す xy 平面内の領域を D とする。また, a を定数とし, 不等式 $y \geq x^2 - 3ax + 2a^2$ が表す xy 平面内の領域を E とする。以下の問に答えよ。

- (1) D と E とが共有点をもつような実数 a の範囲を求めよ。
- (2) (1) の範囲の a に対して, D と E との共通部分の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (3) (2) で求めた $S(a)$ の最大値を求めよ。