

入学試験過去問題

数 学

東北大学（文系）

対象年度：2005 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

第 1 問

$0 < t < \frac{1}{2}$ とし, 平面上のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ と単位ベクトル $\vec{e}$ が

(i) $(1-t)\vec{a} + t\vec{b} = \vec{e}$

(ii) $(1-t)(\vec{a} + \vec{e}) = t(\vec{b} + \vec{e})$

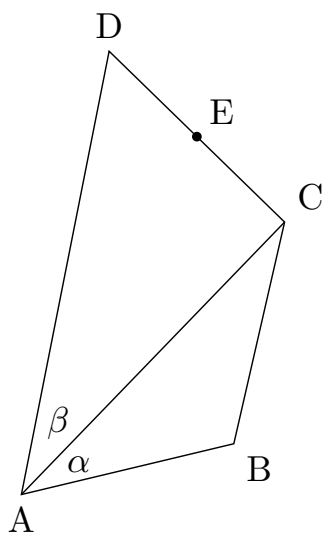
を満たすとする。さらに平面上のベクトル $\vec{x}$ があって, $\vec{x} - \vec{a}$ と $\vec{x} - \vec{b}$ が垂直で長さの比が $t : 1 - t$ となるとする。このとき, 内積 $\vec{x} \cdot \vec{e}$ を t で表せ。

第 2 問

すべての内角が 180° より小さい四角形 $ABCD$ がある。辺の長さが $AB = BC = r$, $AD = 2r$ とする。さらに, 辺 CD 上に点 E があり, 3 つの三角形 $\triangle ABC$, $\triangle ACE$, $\triangle ADE$ の面積はすべて等しいとする。 $\alpha = \angle BAC$, $\beta = \angle CAD$ とおく。

(1) $\alpha = \beta$ を示せ。

(2) $\cos \angle DAB = \frac{3}{5}$ であるとするとき, $\sin \angle CAE$ の値を求めよ。



第 3 問

1 から 6 の番号のつけられた 6 個の箱に、それぞれ 3 枚ずつの皿が重ねて置かれている。白いサイコロと黒いサイコロそれぞれ 1 個を同時に振って、出た目に応じて次の規則で皿を移動させるものとする。2 つのサイコロに同じ目が出たときは皿は移動させない。2 つのサイコロに異なる目が出たときは、黒いサイコロの目の数と同じ番号の箱から皿 1 枚を白いサイコロの目の数と同じ番号の箱に移す。

- (1) サイコロを 3 回振るとき、皿が 4 枚の箱と 2 枚の箱がそれぞれ 3 個ずつとなる確率を求めよ。
- (2) サイコロを 3 回振るとき、皿が 3 枚の箱が 2 個、5 枚の箱、4 枚の箱、2 枚の箱、1 枚の箱がそれぞれ 1 個ずつとなる確率を求めよ。

第 4 問

2つの曲線 $C: y = -x^2$ と $D: y = (x - a)^2 + b$ が 1 点で接している。曲線 D と曲線 $E: y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$ によって囲まれる部分の面積 S が最小となるように実数 a, b を定め、そのときの S を求めよ。