

2004 年度前期日程入学試験学力検査問題

数 学〔文系〕

志望学部／学科／専攻	試 験 時 間	指定解答用紙
文系学部	100 分	1 ～ 4

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. 問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆（シャープペンシルも可）で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄（1 枚につき 2 か所）には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 曲線 $C: y = x^2 - 2$ と直線 $L: y = x$ があり、曲線 $D: y = -(x - a)^2 + b$ が L と接している。 C と L の2つの交点を結ぶ線分上に D と L の接点があるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) b を a で表し、 a の取り得る値の範囲を求めよ。
- (2) 2つの曲線 C と D によって囲まれる図形の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (3) a が動くとき、(2) の面積 $S(a)$ の最大値と最小値を求めよ。

2 四角形 $OABC$ は辺 OA を下底、辺 CB を上底とし、 $\angle AOC$ と $\angle OAB$ が等しい等脚台形である。 $a = |\overrightarrow{OA}|$ 、 $c = |\overrightarrow{OC}|$ 、 $m = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ とおく。

- (1) $m < \frac{a^2}{2}$ がなりたつことを示せ。
- (2) 等脚台形 $OABC$ の面積 S を a 、 c 、 m を用いて表せ。
- (3) 対角線 OB と AC の交点を D とするとき、 $\overrightarrow{OD}$ を $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。

3 複素数 z, w が条件

$$\frac{1}{z-i} + \frac{1}{z+i} = \frac{1}{w}$$

を満たしている。ただし、 $z \neq \pm i$, $w \neq 0$ である。 z の実部, 虚部をそれぞれ x, y とし, w の実部, 虚部をそれぞれ u, v とする。

- (1) $(z-w)^2$ を u と v で表せ。
- (2) $u = 0$ ならば, $x = 0$ であることを示せ。
- (3) $u > 0, v > 0$, かつ w^2 の実部が 1 となるような x を求め, u を用いて表せ。

4 A, B, C の 3 人でじゃんけんをする。一度じゃんけんで負けたものは, 以後のじゃんけんから抜ける。残りが 1 人になるまでじゃんけんを繰り返し, 最後に残ったものを勝者とする。ただし, あいこの場合も 1 回のじゃんけんを行ったと数える。

- (1) 1 回目のじゃんけんで勝者が決まる確率を求めよ。
- (2) 2 回目のじゃんけんで勝者が決まる確率を求めよ。
- (3) 3 回目のじゃんけんで勝者が決まる確率を求めよ。
- (4) $n \geq 4$ とする。 n 回目のじゃんけんで勝者が決まる確率を求めよ。

