

入学試験過去問題

数 学

東北大学（文系）

対象年度：2001 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

第 1 問

2つの放物線 $C: y = -(x+1)^2$ と $D: y = (x-1)^2 + 1$ の2本の共通接線を求めよ。
また、 C 、 D の2本の共通接線と C の囲む部分の面積を求めよ。

第 2 問

放物線 $y = (x - p)^2 - 2$ が、3 点 $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(0, 2)$ を頂点とする三角形と交わるような実数 p の範囲を求めよ。

第 3 問

袋の中に赤の玉と白の玉が合計 4 個入っている。1 回の試行では袋から 1 個の玉を無作為に取り出し、それが白であれば袋に戻し、赤の玉の場合は戻さずに別に用意した白の玉 1 個を袋に入れる。

- (1) 最初は赤の玉と白の玉が 2 個ずつであるとして、3 回以下の試行で袋の中が白の玉 4 個となる確率を求めよ。
- (2) 最初は赤の玉が 3 個、白の玉が 1 個であるとして、5 回以下の試行で袋の中が白の玉 4 個となる確率を求めよ。

第 4 問

四面体 $OABC$ において、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく。線分 OA , OB , OC , BC , CA , AB の中点をそれぞれ L , M , N , P , Q , R とし、 $\vec{p} = \overrightarrow{LP}$, $\vec{q} = \overrightarrow{MQ}$, $\vec{r} = \overrightarrow{NR}$ とおく。

- (1) 線分 LP , MQ , NR は 1 点で交わることを示せ。
- (2) $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$ を用いて表せ。
- (3) 直線 LP , MQ , NR が互いに直交するとする。 X を $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{LP}$ となる空間の点とすると、四面体 $XABC$ の体積を $|\vec{p}|$, $|\vec{q}|$, $|\vec{r}|$ を用いて表せ。