

入学試験過去問題

数 学

東北大学（文系）

対象年度：2000 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

第 1 問

等式

$$x^2 + (i - 2)x + 2ab + \left(\frac{b}{2} - 2a\right)i = 0$$

を満たす実数 a, b が存在するような, 実数 x の範囲を求めよ。ただし, $i = \sqrt{-1}$ である。

第 2 問

$|x^2 - 3x + 1| > |x^2 - 1| - |2x - 1|$ を満たす x の範囲を求めよ。

第 3 問

2つの正の数 a, b に対し, xy 平面上の3点を $A(-a, 0)$, $B(0, b)$, $C(a, 0)$ とする。
 $0 < t < 1$ である各 t に対し, 線分 AB と BC を $t : 1 - t$ に内分する点をそれぞれ $P(t)$, $Q(t)$ とし, さらに線分 $P(t)Q(t)$ を $t : 1 - t$ に内分する点を $R(t)$ とし, 点 $R(t)$, $0 \leq t \leq 1$ の描く曲線を R とする。ただし, $R(0) = A$, $R(1) = C$ とする。

- (1) 曲線 R を x と y で表せ。
- (2) 2点 $P(t)$, $Q(t)$ を結ぶ直線 $l(t)$ の方程式を求め, $l(t)$ が, 点 $R(t)$ で曲線 R に接することを示せ。
- (3) 三角形 ABC 内で直線 $l(t)$, $0 \leq t \leq 1$ が通る点の領域を図示し, その面積 S を求めよ。ただし, $l(0)$ は点 A, B を通る直線とし, $l(1)$ は点 B, C を通る直線とする。

第 4 問

数直線上を、原点 O から出発して動く点 A があるとする。一つのさいころを振り、その出た目が 1 のとき点 A を右に 1 動かし、出た目が 2, 3 のときは右に 2 動かすものとする。また出た目が 4 のときに左に 1 動かし、出た目が 5, 6 のときは左に 2 動かすものとする。このとき、さいころを 5 回振った後に点 A が原点にある確率を求めよ。