

東北大学（文系） 2026 年 第 3 問

平面上の三角形 OAB において、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおき、次が成り立つとする。

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{5}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

ただし、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ は $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を表す。 s, t は $0 < s < 1, 0 < t < 1$ を満たす実数とし、辺 OA を $s : (1-s)$ に内分する点を D, 辺 OB を $t : (1-t)$ に内分する点を E とする。また、線分 AE と線分 BD の交点を F とし、これら 2 つの線分は点 F において直交しているとする。以下の問いに答えよ。

(1) t を s を用いて表せ。また、 s のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ および s を用いて表せ。

(3) 平面上の点 P で

$$|\overrightarrow{OP}|^2 + 2\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{AB} = 4$$

を満たすものの全体が半径 3 の円をなすための必要十分条件を $\overrightarrow{OF}, \vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。また、この必要十分条件が成り立つとき、 s の値を求めよ。