

東北大学（理系） 2024 年 第 4 問

xyz 空間において、点 $P_1(3, -1, 1)$ を中心とし半径が $\sqrt{5}$ の球面 S_1 と、点 $P_2(5, 0, -1)$ を中心とし半径が $\sqrt{2}$ の球面 S_2 を考える。

- (1) 線分 P_1P_2 の長さを求めよ。
- (2) S_1 と S_2 が交わりをもつことを示せ。この交わりは円となる。この円を C とし、その中心を P_3 とする。 C の半径および中心 P_3 の座標を求めよ。
- (3) (2) の円 C に対し、 C を含む平面を H とする。 xy 平面と H の両方に平行で、大きさが 1 のベクトルをすべて求めよ。
- (4) 点 Q が (2) の円 C 上を動くとき、 Q と xy 平面の距離 d の最大値を求めよ。また、 d の最大値を与える点 Q の座標を求めよ。