

東北大学（理系） 2024 年 第 3 問

n を 2 以上の整数とする。それぞれ A, A, B と書かれた 3 枚のカードから無作為に 1 枚抜き出し、カードをもとに戻す試行を考える。この試行を n 回繰り返し、抜き出したカードの文字を順に左から右に並べ、 n 文字の文字列を作る。作った文字列内に AAA の並びがある場合は不可とする。また、作った文字列内に BB の並びがある場合も不可とする。これらの場合以外は可とする。たとえば $n = 6$ のとき、文字列 AAAABA や ABBBAA や ABBABB や BBBAAA などは不可で、文字列 BABAAB や BABABA などは可である。作った文字列が可でかつ右端の 2 文字が AA である確率を p_n 、作った文字列が可でかつ右端の 2 文字が BA である確率を q_n 、作った文字列が可でかつ右端の文字が B である確率を r_n とそれぞれおく。

- (1) p_2, q_2, r_2 をそれぞれ求めよ。また、 $p_{n+1}, q_{n+1}, r_{n+1}$ を p_n, q_n, r_n を用いてそれぞれ表せ。
- (2) $p_n + 2q_n + 2r_n$ を n を用いて表せ。
- (3) $p_n + iq_n - (1 + i)r_n$ を n を用いて表せ。ただし、 i は虚数単位である。
- (4) $p_n = r_n$ を満たすための、 n の必要十分条件を求めよ。