

東北大学（理系） 2024 年 第 1 問

a を正の実数とし、 $f(x) = x^2 - 2ax + 4a^2$ とする。O を原点とする xy 平面上の放物線 $C : y = f(x)$ の頂点を A とする。直線 OA と C の交点のうち A と異なるものを $P(p, f(p))$ とし、O から C へ引いた接線の接点を $Q(q, f(q))$ とする。ただし、 $q > 0$ とする。

- (1) p, q の値を a を用いて表せ。また、 $p > q$ であることを示せ。
- (2) 放物線 C の $q \leq x \leq p$ の部分、線分 OP、および線分 OQ で囲まれた図形の面積を S とおく。 S を a を用いて表せ。
- (3) (2) の S に対し、 $S = \frac{2}{3}$ となるときの a の値を求めよ。