

東北大学（理系） 2023 年 第 5 問

四面体 $OABC$ において、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおき、次が成り立つとする。

$$\angle AOB = 60^\circ, \quad |\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 3, \quad |\vec{c}| = \sqrt{6}, \quad \vec{b} \cdot \vec{c} = 3$$

ただし $\vec{b} \cdot \vec{c}$ は、2つのベクトル $\vec{b}$ と $\vec{c}$ の内積を表す。さらに、線分 OC と線分 AB は垂直であるとする。点 C から 3 点 O, A, B を含む平面に下ろした垂線を CH とし、点 O から 3 点 A, B, C を含む平面に下ろした垂線を OK とする。

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ と $\vec{c} \cdot \vec{a}$ を求めよ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。
- (3) ベクトル $\vec{c}$ とベクトル $\overrightarrow{HK}$ は平行であることを示せ。