

東北大学（理系） 2023 年 第 4 問

実数 $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ に対して、整式 $f(x) = x^2 - ax + 1$ を考える。

- (1) 整式 $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ は $f(x)$ で割り切れることを示せ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ の虚数解であって虚部が正のものを α とする。 α を極形式で表せ。ただし、 $r^5 = 1$ を満たす実数 r が $r = 1$ のみであることは、認めて使用してよい。
- (3) 設問 (2) の虚数 α に対して、 $\alpha^{2023} + \alpha^{-2023}$ の値を求めよ。