

座標空間内において、ベクトル

$$\vec{a} = (1, 2, 1), \quad \vec{b} = (1, 1, -1), \quad \vec{c} = (0, 0, 1)$$

が定める 2 直線

$$\ell : s\vec{a}, \quad \ell' : t\vec{b} + \vec{c} \quad (s, t \text{ は実数})$$

を考える。点 A_1 を原点 $(0, 0, 0)$ とし、点 A_1 から直線 ℓ' に下ろした垂線を A_1B_1 とおく。次に、点 $B_1(t_1\vec{b} + \vec{c})$ から直線 ℓ に下ろした垂線を B_1A_2 とおく。同様に、点 $A_k(s_k\vec{a})$ から直線 ℓ' に下ろした垂線を A_kB_k 、点 $B_k(t_k\vec{b} + \vec{c})$ から直線 ℓ に下ろした垂線を B_kA_{k+1} とする手順を繰り返して、点 $A_n(s_n\vec{a})$, $B_n(t_n\vec{b} + \vec{c})$ (n は正の整数) を定める。

- (1) s_n を用いて s_{n+1} を表せ。
- (2) 極限值 $S = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$, $T = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n$ を求めよ。
- (3) (2) で求めた S, T に対して、点 A, B をそれぞれ $A(S\vec{a})$, $B(T\vec{b} + \vec{c})$ とおくと、直線 AB は 2 直線 ℓ, ℓ' の両方と直交することを示せ。