

東北大学（理系） 2018 年 第 4 問

三角形 ABC の内接円の半径を r ，外接円の半径を R とし， $h = \frac{r}{R}$ とする。また， $\angle A = 2\alpha$ ， $\angle B = 2\beta$ ， $\angle C = 2\gamma$ とおく。

- (1) $h = 4 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ となることを示せ。
- (2) 三角形 ABC が直角三角形のとき $h \leq \sqrt{2} - 1$ が成り立つことを示せ。また，等号が成り立つのはどのような場合か。
- (3) 一般の三角形 ABC に対して $h \leq \frac{1}{2}$ が成り立つことを示せ。また，等号が成り立つのはどのような場合か。