

東北大学（理系） 2015 年 第 6 問

$k \geq 2$ と n を自然数とする。 n が k 個の連続する自然数の和であるとき、すなわち、

$$n = m + (m + 1) + \cdots + (m + k - 1)$$

が成り立つような自然数 m が存在するとき、 n を k -連続和とよぶことにする。ただし、自然数とは 1 以上の整数のことである。

- (1) n が k -連続和であることは、次の条件 (A), (B) の両方が成り立つことと同値であることを示せ。

(A) $\frac{n}{k} - \frac{k}{2} + \frac{1}{2}$ は整数である。

(B) $2n > k^2$ が成り立つ。

- (2) f を自然数とする。 $n = 2^f$ のとき、 n が k -連続和となるような自然数 $k \geq 2$ は存在しないことを示せ。

- (3) f を自然数とし、 p を 2 でない素数とする。 $n = p^f$ のとき、 n が k -連続和となるような自然数 $k \geq 2$ の個数を求めよ。