

東北大学（理系） 2013 年 第 4 問

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を

$$a_n = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} e^{n \sin \theta} d\theta, \quad b_n = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} e^{n \sin \theta} \cos \theta d\theta \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。ただし, e は自然対数の底とする。

(1) 一般項 b_n を求めよ。

(2) すべての n について, $b_n \leq a_n \leq \frac{2}{\sqrt{3}} b_n$ が成り立つことを示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(na_n)$ を求めよ。ただし, 対数は自然対数とする。