

東北大学（理系） 2009 年 第 4 問

a を $0 \leq a \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 実数 θ に対して $\sin \theta$ と $\sin(\theta - 2a)$ のうち小さくないほうを $f(\theta)$ とおく。すなわち、

$$\sin \theta \geq \sin(\theta - 2a) \text{ のとき } f(\theta) = \sin \theta$$

$$\sin \theta < \sin(\theta - 2a) \text{ のとき } f(\theta) = \sin(\theta - 2a)$$

となる関数 $f(\theta)$ を考える。このとき定積分

$$I = \int_0^{\pi} f(\theta) d\theta$$

を求めよ。

- (2) a を $0 \leq a \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で動かすとき、(1) の I の最大値を求めよ。