

東北大学（文系） 2008 年 第 3 問

平面上の $\triangle OA_1A_2$ は $\angle OA_2A_1 = 90^\circ$, $OA_1 = 1$, $OA_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ をみたすとする。 A_2 から OA_1 へ垂線をおろし、交点を A_3 とする。 A_3 から OA_2 へ垂線をおろし、交点を A_4 とする。以下同様に、 $k = 4, 5, \dots$ について、 A_k から OA_{k-1} へ垂線をおろし、交点を A_{k+1} とし、順番に $A_5, A_6, \dots$ を定める。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) A_kA_{k+1} ($k = 1, 2, \dots$) を求めよ。

(2) $\vec{h_k} = \overrightarrow{A_kA_{k+1}}$ とおくとき、自然数 n に対して $\sum_{k=1}^n \vec{h_k} \cdot \overrightarrow{h_{k+1}}$ を求めよ。ただし、

$\vec{h_k} \cdot \overrightarrow{h_{k+1}}$ は $\vec{h_k}$ と $\overrightarrow{h_{k+1}}$ の内積を表す。