

東北大学（理系） 2006 年 第 5 問

3 次正方行列 A, B, O を

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする。以下の問に答えよ。

- (1) 2 以上の自然数 k に対して、 $(A + B)^k$ を求めよ。
- (2) すべての自然数 m, n に対して、 $A^m B^n$ および $B^n A^m$ を求めよ。
- (3) 等式 $(A + B)X = X(A + B) = O$ を満たす 3 次正方行列

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{pmatrix}$$

を求めよ。