

東北大学（理系） 2005 年 第 5 問

a, b を $a^2 \neq b^2$ を満たす 0 でない実数とし, A_n を次の関係式で定まる 2 次の正方行列とする。

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & a^{-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_{n+1} \begin{pmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix} A_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) 行列 $C = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ で

$$C \begin{pmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

を満たすものを求めよ。

(2) A_n を a, b, n で表せ。

(3) $n \rightarrow \infty$ のとき A_n のすべての成分が収束するための条件を求めよ。