

東北大学（理系） 2004 年 第 2 問

平面上の 3 つの曲線 C_1 , C_2 , C_3 を次で定める。

$$C_1 : \begin{cases} x = \frac{15}{2}t^4 \\ y = -3t^5 + 5t^3 \end{cases} \quad \left(0 \leq t \leq \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$$

$$C_2 : \begin{cases} x = \frac{125}{6} \cos^3 \left(2\pi \left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}} \right) \right) \\ y = \frac{125}{6} \sin^3 \left(2\pi \left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}} \right) \right) \end{cases} \quad \left(\sqrt{\frac{5}{3}} \leq t \leq \sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{1}{4} \right)$$

$$C_3 : \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{125(t-2)}{6 \left(\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{5}{3}} \right)} \end{cases} \quad \left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{1}{4} \leq t \leq 2 \right)$$

- (1) C_1 と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。
- (2) 原点 O を出発し, C_1 , C_2 , C_3 を順にたどって O に戻る行程の道のりを求めよ。