

東北大学 (理系) 2004 年 第 1 問

平面ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ は

$$|\vec{a}|^2 = 1, \quad |\vec{b}|^2 = |\vec{b} - \vec{a}|^2 = \frac{1}{2}$$

を満たすとする。

- (1) k, l を整数とする。 $|k\vec{a} + l\vec{b}|^2$ が整数であるための必要十分条件は l が偶数であることを示せ。
- (2) $|k\vec{a} + l\vec{b}|^2 = 0$ となる整数の組 (k, l) をすべて求めよ。
- (3) 整数の組 (k, l) を条件 $(k, l) \neq (0, 0)$ のもとで動かすとき, $|k\vec{a} + l\vec{b}|^2$ の最小値を与える (k, l) をすべて求めよ。