

東北大学（文系） 2004 年 第 3 問

複素数 z, w が条件

$$\frac{1}{z-i} + \frac{1}{z+i} = \frac{1}{w}$$

を満たしている。ただし、 $z \neq \pm i$, $w \neq 0$ である。 z の実部、虚部をそれぞれ x, y とし、 w の実部、虚部をそれぞれ u, v とする。

- (1) $(z-w)^2$ を u と v で表せ。
- (2) $u=0$ ならば、 $x=0$ であることを示せ。
- (3) $u>0, v>0$, かつ w^2 の実部が 1 となるような x を求め、 u を用いて表せ。