

東北大学（理系） 2003 年 第 1 問

実数 a, b, c, d に対し, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とおく。

- (1) $A^2 = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$ のとき, $\alpha\delta - \beta\gamma \geq 0$ を示せ。
- (2) A が $A^4 = E$ を満たすならば, $A^2 = E$ または $A^2 = -E$ となることを示せ。
- (3) $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ とする。 A が $A^2 = -E$ および $BA = -AB$ を満たすとき, b, c, d を a の式で表せ。また, このとき

$$AB = A^m B A^n$$

が成立するような整数の組 (m, n) で $1 \leq m \leq 3$, $1 \leq n \leq 3$ の範囲にあるものをすべて求めよ。