

東北大学（理系） 2001 年 第 4 問

四面体 $OABC$ において、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく。線分 OA , OB , OC , BC , CA , AB の中点をそれぞれ、 L , M , N , P , Q , R とし、 $\vec{p} = \overrightarrow{LP}$, $\vec{q} = \overrightarrow{MQ}$, $\vec{r} = \overrightarrow{NR}$ とおく。

(1) 線分 LP , MQ , NR は 1 点で交わることを示せ。

(2) $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$ を用いて表せ。

(3) 直線 LP , MQ , NR が互いに直交するとする。 X を $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{LP}$ となる空間の点とすると、四面体 $XABC$ の体積および四面体 $OABC$ の体積を $|\vec{p}|$, $|\vec{q}|$, $|\vec{r}|$ を用いて表せ。