

東北大学（文系） 2000 年 第 3 問

2 つの正の数 a, b に対し, xy 平面上の 3 点を $A(-a, 0)$, $B(0, b)$, $C(a, 0)$ とする。 $0 < t < 1$ である各 t に対し, 線分 AB と BC を $t:1-t$ に内分する点をそれぞれ $P(t)$, $Q(t)$ とし, さらに線分 $P(t)Q(t)$ を $t:1-t$ に内分する点を $R(t)$ とし, 点 $R(t)$, $0 \leq t \leq 1$ の描く曲線を R とする。ただし, $R(0) = A$, $R(1) = C$ とする。

- (1) 曲線 R を x と y で表せ。
- (2) 2 点 $P(t)$, $Q(t)$ を結ぶ直線 $l(t)$ の方程式を求め, $l(t)$ が, 点 $R(t)$ で曲線 R に接することを示せ。
- (3) 三角形 ABC 内で直線 $l(t)$, $0 \leq t \leq 1$ が通る点の領域を図示し, その面積 S を求めよ。ただし, $l(0)$ は点 A , B を通る直線とし, $l(1)$ は点 B , C を通る直線とする。