

確 認 試 験 問 題

図 形 と 計 量

(配点 100 点)

(日付) 年 月 日

(開始)

		:		
--	--	---	--	--

 ~ (90 分) ~

		:		
--	--	---	--	--

 (終了)

注 意 事 項

1. 上の日付の欄に、試験を行う日付を記入しなさい。
2. 上の開始と終了の欄に、試験開始予定の時刻とその 90 分後の時刻を、それぞれ記入しなさい。試験はその時間内に行われます。
3. 試験に関係の無い物の持ち込みは、原則として認められません。
4. 試験時間中は、アラーム機能以外での電子機器の使用は認められません。
5. 試験開始の時刻になるまで、この試験の問題を見てはいけません。
6. この問題冊子は全部で 7 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があれば、監督者に知らせなさい。
7. この試験は 6 問で構成されています。解答用紙は第 1 問から第 6 問までに対応するものを用意しなさい。
8. 解答には、黒色鉛筆か、または黒色シャープペンシルを使用しなさい。
9. 解答用紙の指定欄に、試験名、氏名、学生番号を記入しなさい。
10. 問題ごとに、解答欄が指定されています。解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
11. 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
12. この問題冊子の余白は、書き込みに関しては自由に使用してもよいが、どのページも破棄してはいけません。
13. 試験時間中は、やむを得ない場合を除き、退場してはいけません。
14. 試験後は、問題用紙と解答用紙を自由に活用しなさい。

第 1 問

(配点 20)

鋭角三角形 ABC を考える。頂点 C から辺 AB に垂線を下ろし、その足を H とする。
 $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, $\angle CAB = \theta$ (ただし $0^\circ < \theta < 90^\circ$) とおく。

- (1) 線分 AH の長さを, a , b , c , $\cos \theta$ のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) この三角形について, 余弦定理と呼ばれる次の等式を示せ。

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$$

- (3) $\triangle ABC$ の面積を, a , b , c , $\sin \theta$ のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) 各辺の長さが 6, 7, 8 である三角形は鋭角三角形であることを示せ。
- (5) $a = 6$, $b = 7$, $c = 8$ とする。このとき, $\triangle ABC$ の外接円の半径と, 内接円の半径を求めよ。

第 2 問

(配点 18)

以下の各問いにそれぞれ答えよ。

- (1) 次の式を計算し、その値を整数で答えよ。

$$\frac{\cos 71^\circ}{\tan 2^\circ} - \cos 57^\circ - \tan 88^\circ \sin 161^\circ + \cos 33^\circ \tan 33^\circ$$

- (2) θ を $\tan \theta \neq 1$ を満たす鋭角とする。次の式は θ に依らない一定の値をとることを示し、その値を求めよ。

$$\frac{\sin^2 \theta - 1}{\cos^2 \theta} + \frac{(4 - 4 \tan^4 \theta) \cos^2 \theta}{(1 + \tan \theta)(1 - \tan \theta)} + \frac{\tan^2 \theta \cos \theta - \tan \theta \sin \theta}{2}$$

- (3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、関数

$$f(\theta) = \sin^2 \theta + \cos \theta + 1$$

の最大値と最小値を、そのときの θ の値を含めて求めよ。

- (4) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ を満たす θ が $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{1}{5}$ を満たしている。このとき、次の 2 式の値を求めよ。

$$\sin \theta \cos \theta, \quad \sin^3 \theta + \cos^3 \theta$$

第 3 問

(配点 10)

平地に立つ 2 つの建物 A, B とそれを見る人を考える。人と建物 A, B は一直線上に立っている。

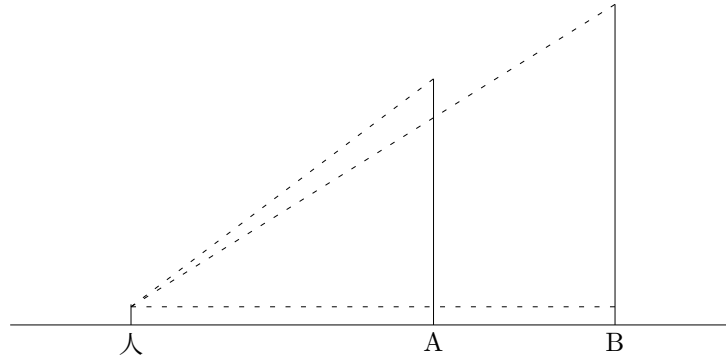


図 3.1: 平地に立つ人と建物 A, B

人の視線の高さは 1.5m であり, 25m 離れた建物 A の頂点を見たときの仰角が 37° , 40m 離れた建物 B の頂点を見たときの仰角が 32° であった。この人が建物 A の頂点に立って建物 B の頂点を見ると, その仰角を θ とする。 $\tan \theta$ と $\tan z^\circ$ の値の差が最も小さくなる 1 以上 60 以下の整数 z を求めよ。ただし, 人や建物の幅は考慮しないものとする。また, 各角度の正接を求める際には, 次の表を用いよ。

表 3.1: 角度と正接 (小数第 5 位を四捨五入)

角度	正接	角度	正接	角度	正接	角度	正接
1°	0.0175	16°	0.2867	31°	0.6009	46°	1.0355
2°	0.0349	17°	0.3057	32°	0.6249	47°	1.0724
3°	0.0524	18°	0.3249	33°	0.6494	48°	1.1106
4°	0.0699	19°	0.3443	34°	0.6745	49°	1.1504
5°	0.0875	20°	0.3640	35°	0.7002	50°	1.1918
6°	0.1051	21°	0.3839	36°	0.7265	51°	1.2349
7°	0.1228	22°	0.4040	37°	0.7536	52°	1.2799
8°	0.1405	23°	0.4245	38°	0.7813	53°	1.3270
9°	0.1584	24°	0.4452	39°	0.8098	54°	1.3764
10°	0.1763	25°	0.4663	40°	0.8391	55°	1.4281
11°	0.1944	26°	0.4877	41°	0.8693	56°	1.4826
12°	0.2126	27°	0.5095	42°	0.9004	57°	1.5399
13°	0.2309	28°	0.5317	43°	0.9325	58°	1.6003
14°	0.2493	29°	0.5543	44°	0.9657	59°	1.6643
15°	0.2679	30°	0.5774	45°	1	60°	1.7321

第 4 問

(配点 17)

三角形 ABC は、 $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$ を満たしている。

- (1) $\cos \angle ACB$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の外接円の円周上に、 $BD = 7$, $AD < AB$ となるように点 D をとる。このとき、線分 AD の長さを求めよ。
- (3) 四角形 ABCD の面積を求めよ。

第 5 問

(配点 17)

一辺の長さが 4 の正四面体 $OABC$ がある。辺 OA , OB , OC 上に, それぞれ点 D , E , F を $OD = 1$, $OE = 2$, $OF = 3$ となるようにとる。また, O から $\triangle ABC$ へ垂線を下ろし, その足を H とする。

- (1) 線分 DE , EF , FD の長さを求めよ。
- (2) $\triangle DEF$ の面積を求めよ。
- (3) 線分 OH の長さを求めよ。
- (4) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。

第 6 問

(配点 18)

底面を、点 B を中心とする半径 1 の円とし、頂点 A を、 $AB = 3$ かつ線分 AB が底面に垂直になるようにとった円錐 C がある。 C の内部に、 C の側面と接し、 C の底面と点 B で接する球 S がある。

- (1) S の半径を求めよ。
- (2) S の表面積と体積を求めよ。
- (3) C の底面積を T 、体積を V とする。 S の中心を通り C の底面に平行な平面で C を切ったとき、その断面の面積は T の何倍になるか求めよ。また、切られた円錐のうち頂点 A を含む方の体積は V の何倍になるか求めよ。