

入学試験過去問題

数 学

東京科学大学（理工学系）

対象年度：2026 年

試験時間：180 分

問題数：5 問

配点：300 点

第 1 問

- (1) x は無理数であり, 有理数 a, b および正の整数 n により $x = a + b\sqrt{n}$ と表されるとする. このとき, $x^2 + px + q = 0$ が成り立つような有理数 p, q を求めよ. また, そのような有理数 p, q の組はただ一つに限ることを示せ.
- (2) x は無理数であり, 有理数 a, b および正の整数 n により $x = a + b\sqrt[3]{n}$ と表されるとする. このとき, $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ が成り立つような有理数 p, q, r を求めよ. また, そのような有理数 p, q, r の組はただ一つに限ることを示せ.

第 2 問

n は 4 以上の整数であり, x, y, z はすべて正の整数であるとする.

- (1) $1 \leq r < n$ をみたす整数 r に対して,

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$$

および

$${}_{n+1}C_{r+1} = \sum_{k=r}^n {}_kC_r$$

が成り立つことを示せ.

- (2) 空間の点 (x, y, z) で,

$$x + y + z < n$$

をみたすものの個数を n を用いて表せ.

- (3) 空間の点 (x, y, z) で,

$$x + y + z = 3n \quad \text{かつ} \quad x < y < z$$

をみたすものの個数を n を用いて表せ.

第 3 問

a と b を正の実数とし、座標平面の 3 点 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(0, b)$ を考える. AB の中点を C , AC の中点を P とし, $\triangle BCO$ の外心を Q とする.

- (1) 2 点 P , Q のそれぞれの座標を a と b を用いて表せ.
- (2) 2 点 O , A を通る直線上の点 R で, $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$ をみたすものすべてについて, それぞれの座標を a と b を用いて表せ.
- (3) (2) の条件をみたす点 R で

$$\triangle PQR \sim \triangle ABO, \quad \triangle QPR \sim \triangle ABO$$

のうち少なくとも一方が成り立つようなものをすべて求めよ.

第 4 問

i を虚数単位とする．実数 θ に対して複素数 $e(\theta)$ を

$$e(\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$$

で定める．正の整数 n に対し，複素数平面上の点 $e\left(\frac{n-1}{3}\pi\right)$ と点 $e\left(\frac{n}{3}\pi\right)$ を通る直線を ℓ_n とする．複素数 z に対し，直線 ℓ_n に関して点 z と対称な位置にある点を表す複素数を $R_n(z)$ とする．

- (1) 複素数 z と共役な複素数を $\bar{z}$ とする．このとき，

$$R_n(z) = e(\theta_1)\bar{z} + \sqrt{3}e(\theta_2)$$

をみたす実数 θ_1, θ_2 をそれぞれ n を用いて表せ．

- (2) 実数 a, b に対して，

$$z_1 = a + bi, \quad z_{n+1} = R_n(z_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められる複素数の列 $\{z_n\}$ の一般項を求めよ．

第 5 問

n, k を正の整数とする. 次の不等式をみたす最小の k を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{100} x^k e^{-x} \sin^2(nx) dx > 10$$

ただし, e は自然対数の底であり, $e > 2$ をみたす.