

(2026 年度前期日程)

数 学

180 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は 16 ページ，解答用紙は 5 ページである。
3. 各解答用紙の上の枠内に受験番号を記入し，下の枠内には受験番号の下 2 桁の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて解答用紙の枠内に明瞭に記入すること。裏面は採点の対象としない。
5. 問題冊子および解答用紙は切りはなさないこと。
6. 解答用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

試験問題は、つぎのページより始まります。

1 (60 点)

- (1) x は無理数であり, 有理数 a, b および正の整数 n により $x = a + b\sqrt{n}$ と表されたとする. このとき, $x^2 + px + q = 0$ が成り立つような有理数 p, q を求めよ. また, そのような有理数 p, q の組はただ一つに限ることを示せ.
- (2) x は無理数であり, 有理数 a, b および正の整数 n により $x = a + b\sqrt[3]{n}$ と表されたとする. このとき, $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ が成り立つような有理数 p, q, r を求めよ. また, そのような有理数 p, q, r の組はただ一つに限ることを示せ.

(下 書 き 用 紙)

2 (60 点)

n は 4 以上の整数であり, x, y, z はすべて正の整数であるとする.

(1) $1 \leq r < n$ をみたす整数 r に対して,

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$$

および

$${}_{n+1}C_{r+1} = \sum_{k=r}^n {}_kC_r$$

が成り立つことを示せ.

(2) 空間の点 (x, y, z) で,

$$x + y + z < n$$

をみたすものの個数を n を用いて表せ.

(3) 空間の点 (x, y, z) で,

$$x + y + z = 3n \quad \text{かつ} \quad x < y < z$$

をみたすものの個数を n を用いて表せ.

(下 書 き 用 紙)

3 (60 点)

a と b を正の実数とし、座標平面の 3 点 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(0, b)$ を考える.
AB の中点を C , AC の中点を P とし、 $\triangle BCO$ の外心を Q とする.

- (1) 2 点 P , Q のそれぞれの座標を a と b を用いて表せ.
- (2) 2 点 O , A を通る直線上の点 R で、 $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$ をみたすものすべてについて、それぞれの座標を a と b を用いて表せ.
- (3) (2) の条件をみたす点 R で

$$\triangle PQR \sim \triangle ABO, \quad \triangle QPR \sim \triangle ABO$$

のうち少なくとも一方が成り立つようなものをすべて求めよ.

(下 書 き 用 紙)

4 (60 点)

i を虚数単位とする．実数 θ に対して複素数 $e(\theta)$ を

$$e(\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$$

で定める．正の整数 n に対し，複素数平面上の点 $e\left(\frac{n-1}{3}\pi\right)$ と点 $e\left(\frac{n}{3}\pi\right)$ を通る直線を ℓ_n とする．複素数 z に対し，直線 ℓ_n に関して点 z と対称な位置にある点を表す複素数を $R_n(z)$ とする．

(1) 複素数 z と共役な複素数を $\bar{z}$ とする．このとき，

$$R_n(z) = e(\theta_1)\bar{z} + \sqrt{3}e(\theta_2)$$

をみたす実数 θ_1, θ_2 をそれぞれ n を用いて表せ．

(2) 実数 a, b に対して，

$$z_1 = a + bi, \quad z_{n+1} = R_n(z_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められる複素数の列 $\{z_n\}$ の一般項を求めよ．

(下 書 き 用 紙)

5 (60 点)

n, k を正の整数とする. 次の不等式をみたす最小の k を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{100} x^k e^{-x} \sin^2(nx) dx > 10$$

ただし, e は自然対数の底であり, $e > 2$ をみたす.

(下 書 き 用 紙)

