

入学試験過去問題

数 学

東京科学大学（理工学系）

対象年度：2023 年

試験時間：180 分

問題数：5 問

配点：300 点

第 1 問

実数 $\int_0^{2023} \frac{2}{x + e^x} dx$ の整数部分を求めよ.

第 2 問

方程式

$$(x^3 - x)^2(y^3 - y) = 86400$$

を満たす整数の組 (x, y) をすべて求めよ.

第 3 問

実数が書かれた 3 枚のカード $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{\sqrt{3}}$ から, 無作為に 2 枚のカードを順に選び, 出た実数を順に実部と虚部にもつ複素数を得る操作を考える. 正の整数 n に対して, この操作を n 回繰り返して得られる n 個の複素数の積を z_n で表す.

- (1) $|z_n| < 5$ となる確率 P_n を求めよ.
- (2) z_n^2 が実数となる確率 Q_n を求めよ.

第 4 問

xyz 空間において、 x 軸を軸とする半径 2 の円柱から、 $|y| < 1$ かつ $|z| < 1$ で表される角柱の内部を取り除いたものを A とする．また、 A を x 軸のまわりに 45° 回転してから z 軸のまわりに 90° 回転したものを B とする． A と B の共通部分の体積を求めよ．

第 5 問

xyz 空間の 4 点 $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(-1, 1, -1)$, $D(-1, 0, 0)$ を考える.

- (1) 2 直線 AB , BC から等距離にある点全体のなす図形を求めよ.
- (2) 4 直線 AB , BC , CD , DA に共に接する球面の中心と半径の組をすべて求めよ.