

(2023 年度前期日程)

数 学

180 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は 16 ページ，解答用紙は 5 ページである。
3. 各解答用紙の上の枠内に受験番号を記入し，下の枠内には受験番号の下 2 桁の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて解答用紙の枠内に明瞭に記入すること。裏面は採点の対象としない。
5. 問題冊子および解答用紙は切りはなさないこと。
6. 解答用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

試験問題は、つぎのページより始まります。

1 (60 点)

実数 $\int_0^{2023} \frac{2}{x + e^x} dx$ の整数部分を求めよ.

(下 書 き 用 紙)

2 (60 点)

方程式

$$(x^3 - x)^2(y^3 - y) = 86400$$

を満たす整数の組 (x, y) をすべて求めよ.

(下 書 き 用 紙)

3 (60 点)

実数が書かれた 3 枚のカード $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{\sqrt{3}}$ から, 無作為に 2 枚のカードを順に選び, 出た実数を順に実部と虚部にもつ複素数を得る操作を考える. 正の整数 n に対して, この操作を n 回繰り返して得られる n 個の複素数の積を z_n で表す.

(1) $|z_n| < 5$ となる確率 P_n を求めよ.

(2) z_n^2 が実数となる確率 Q_n を求めよ.

(下 書 き 用 紙)

4 (60 点)

xyz 空間において, x 軸を軸とする半径 2 の円柱から, $|y| < 1$ かつ $|z| < 1$ で表される角柱の内部を取り除いたものを A とする. また, A を x 軸のまわりに 45° 回転してから z 軸のまわりに 90° 回転したものを B とする. A と B の共通部分の体積を求めよ.

(下 書 き 用 紙)

5 (60 点)

xyz 空間の 4 点 $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(-1, 1, -1)$, $D(-1, 0, 0)$ を考える.

- (1) 2 直線 AB , BC から等距離にある点全体のなす図形を求めよ.
- (2) 4 直線 AB , BC , CD , DA に共に接する球面の中心と半径の組をすべて求めよ.

(下 書 き 用 紙)

