

入学試験過去問題

数 学

東京科学大学（理工学系）

対象年度：2009 年

試験時間：150 分

問題数：4 問

配点：250 点

第 1 問

点 P から放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ へ 2 本の接線が引けるとき、2 つの接点を A, B とし、線分 PA, PB およびこの放物線で囲まれる図形の面積を S とする. PA, PB が直交するときの S の最小値を求めよ.

第 2 問

実数 a に対し, 次の 1 次変換

$$f(x, y) = (ax + (a - 2)y, (a - 2)x + ay)$$

を考える. 以下の 2 条件をみたす直線 L が存在するような a を求めよ.

- (1) L は点 $(0, 1)$ を通る.
- (2) 点 Q が L 上にあれば, その f による像 $f(Q)$ も L 上にある.

第 3 問

N を正の整数とする． $2N$ 以下の正の整数 m, n からなる組 (m, n) で，方程式 $x^2 - nx + m = 0$ が N 以上の実数解をもつようなものは何組あるか．

第 4 問

xyz 空間の原点と点 $(1, 1, 1)$ を通る直線を ℓ とする.

- (1) ℓ 上の点 $\left(\frac{t}{3}, \frac{t}{3}, \frac{t}{3}\right)$ を通り ℓ と垂直な平面が, xy 平面と交わってできる直線の方程式を求めよ.
- (2) 不等式 $0 \leq y \leq x(1-x)$ の表す xy 平面内の領域を D とする. ℓ を軸として D を回転させて得られる回転体の体積を求めよ.