

入学試験過去問題

数 学

東京科学大学（理工学系）

対象年度：2002年

試験時間：150分

問題数：4問

配点：250点

第 1 問

実数 a に対し，積分

$$f(a) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\sin x - a \cos x| dx$$

を考える。 $f(a)$ の最小値を求めよ。

第 2 問

楕円 $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$ の外部の点 $P(a, b)$ からひいた 2 本の接線が直交するような点 P の軌跡を求めよ。

第 3 問

空間内にある一辺の長さが 1 の正三角形 ABC で、A の座標が $(0, 0, 1)$ であり、B と C の z 座標が等しいものを考える。点 L $(0, 0, 1 + \sqrt{2})$ にある光源が xy 平面上に作るこの正三角形の影の部分の面積の最大値を求めよ。

第 4 問

n を自然数とする。

- (1) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log n} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right)$$

- (2) 関数 $y = x(x-1)(x-2)\cdots(x-n)$ の極値を与える x の最小値を x_n とする。このとき

$$\frac{1}{x_n} = \frac{1}{1-x_n} + \frac{1}{2-x_n} + \cdots + \frac{1}{n-x_n}$$

および $0 < x_n \leq \frac{1}{2}$ を示せ。

- (3) (2) の x_n に対して、極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \log n$$

を求めよ。