

(2002 年度前期日程)

数 学

150 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は 14 ページ，解答用紙は 4 ページである。
3. 各解答用紙の上の枠内に受験番号を記入し，下の枠内には受験番号の下 2 桁の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて解答用紙の枠内に明瞭に記入すること。裏面は採点の対象としない。
5. 問題冊子および解答用紙は切りはなさないこと。
6. 解答用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

試験問題は、つぎのページより始まります。

1 (60 点)

実数 a に対し, 積分

$$f(a) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\sin x - a \cos x| dx$$

を考える。 $f(a)$ の最小値を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

2 (60 点)

楕円 $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$ の外部の点 $P(a, b)$ からひいた 2 本の接線が直交するような点 P の軌跡を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

3 (70 点)

空間内にある一辺の長さが 1 の正三角形 ABC で、A の座標が $(0, 0, 1)$ であり、B と C の z 座標が等しいものを考える。点 L $(0, 0, 1 + \sqrt{2})$ にある光源が xy 平面上に作るこの正三角形の影の部分の面積の最大値を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

4 (60 点)

n を自然数とする。

(1) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log n} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right)$$

(2) 関数 $y = x(x-1)(x-2) \cdots (x-n)$ の極値を与える x の最小値を x_n とする。

このとき

$$\frac{1}{x_n} = \frac{1}{1-x_n} + \frac{1}{2-x_n} + \cdots + \frac{1}{n-x_n}$$

および $0 < x_n \leq \frac{1}{2}$ を示せ。

(3) (2) の x_n に対して、極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \log n$$

を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

