

入学試験過去問題

数 学

東京科学大学（理工学系）

対象年度：2001 年

試験時間：150 分

問題数：4 問

配点：250 点

第 1 問

$a > 0, t > 0$ に対して定積分

$$S(a, t) = \int_0^a \left| e^{-x} - \frac{1}{t} \right| dx$$

を考える。

(1) a を固定したとき, t の関数 $S(a, t)$ の最小値 $m(a)$ を求めよ。

(2) $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{m(a)}{a^2}$ を求めよ。

第 2 問

xyz 空間内の動点 P を考える。 P は $z \leq 0$ の部分では最大秒速 a メートルで、 $z > 0$ の部分では最大秒速 1 メートルで動けるものとする。 P がはじめに原点 $(0, 0, 0)$ にあるとき、その 1 秒後までに P が到達し得る範囲の体積を求めよ。ただし、 $a > 1$ とする。

第 3 問

箱の中に 1 から N までの番号が一つずつ書かれた N 枚のカードが入っている。この箱から無作為にカードを 1 枚取り出して戻すという試行を k 回行う。このとき、はじめから j 回目 ($j = 1, \dots, k$) までに取り出したカードの番号の和を X_j とし、 $X_1, \dots, X_k$ のうちのどれかが k となる確率を $P_N(k)$ とする。

- (1) $N \geq 3$ のとき $P_N(1)$, $P_N(2)$, $P_N(3)$ を N で表せ。
- (2) $P_3(4)$, $P_3(5)$ を求めよ。
- (3) $k \leq N$ のとき, $P_N(k)$ を N と k で表せ。

第 4 問

一辺の長さが 1 の正方形の紙を 1 本の線分に沿って折り曲げたとき二重になる部分の多角形を P とする。 P が線対称な五角形になるように折るとき、 P の面積の最小値を求めよ。