

入学試験過去問題

数 学

東京科学大学（医学科）

対象年度：2026 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

配点：120 点

第 1 問

a, b, h を正の実数とし, $a \leq b$ とする。 xyz 空間において, 8 点

$$\begin{aligned} &O(0, 0, 0), \quad A(a, 0, 0), \quad B(a, a, 0), \quad C(0, a, 0), \\ &O'(0, 0, h), \quad A'(b, 0, h), \quad B'(b, b, h), \quad C'(0, b, h) \end{aligned}$$

を頂点とする多面体の体積を V とする。 $OA + AA' = 1$ が成り立つとする。このとき, 以下の各問いに答えよ。

- (1) $a = b$ のとき, V の最大値を求めよ。
- (2) $b - a = \frac{1}{2}AA'$ が成り立つとき, V が最大となるような a の値を求めよ。
- (3) 0 以上の定数 k に対して, $b - a = kAA'$ が成り立つとする。 a が $0 < a < 1$ の範囲で変化するとき, V が最大値を持つことを示せ。

第 2 問

n を 2 以上の自然数とする。項数 n の数列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ のうち

(C1) 各項は 1 以上 6 以下の自然数である。

(C2) どの 2 項の和も 7 にならない。

という 2 条件を満たすものの総数を p_n とする。このとき、以下の各問いに答えよ。

(1) p_2 および p_3 を求めよ。

(2) 項数 n の数列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ のうち、(C1), (C2) に加えて、

(C3) 各項の値のうち、異なるものがちょうど 2 種類である。

という条件を満たすものの総数を q_n とする。 q_n を n を用いて表せ。

(3) p_n を n を用いて表せ。

第 3 問

r を正の実数とすると、以下の各問いに答えよ。

- (1) $0 \leq c < r$ を満たす実数 c に対して、 xy 平面において連立不等式

$$(*) \quad \begin{cases} x^2 + (y - c)^2 \leq r^2 \\ x^2 + (y + c)^2 \leq r^2 \end{cases}$$

が表す領域の面積 S を、 $\cos \theta = \frac{c}{r}$ となる θ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$) と r を用いて表せ。

- (2) $-r < c \leq 0$ を満たす実数 c に対して、 xy 平面において連立不等式 $(*)$ が表す領域の面積 S を、 $\cos \theta = \frac{c}{r}$ となる θ ($\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$) と r を用いて表せ。

- (3) a を正の実数とする。 xyz 空間において、平面 $x = 0$ 上に放物線 $C : z = ay^2$ をとる。いま、 $t \geq 0$ を満たす実数 t に対して、 $s \geq 0$ であるような C 上の点 $(0, s, t)$ をとる。これに対して、以下を満たすような実数 $f(t)$, $g(t)$ および領域 D_1 , D_2 を定める。

- 平面 $z = t$ 上の領域 $D_1 : x^2 + (y - f(t))^2 \leq r^2$ における y 座標の最小値は $-s$ である。
- 平面 $z = t$ 上の領域 $D_2 : x^2 + (y - g(t))^2 \leq r^2$ における y 座標の最大値は s である。

xyz 空間において、 $t \geq 0$ の範囲で t を動かしたときに D_1 と D_2 の共通部分が通過する部分の体積 V を a , r を用いて表せ。

- (4) (3) について、 $a + r = 1$ のとき、 V を最大とする a , r の値を求めよ。