2022 年度入学者選抜個別 (第 2 次) 学力検査問題

数　　学

（医　学　科）

注　意　事　項

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は，全部で 16 ページあります。
3. 解答用紙は，問題冊子と別に印刷されているので，誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には，必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は，必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は，問題冊子の余白を使用しなさい。ただし，切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には，受験番号欄が 2 か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，机上に置き，持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

$\boxed{1}$ n を自然数とする。整数 i，j に対し，xy 平面上の点 $\mathrm{P}_{i,j}$ の座標を

$$\left(\cos\frac{2\pi}{n}i+\cos\frac{2\pi}{n}j,\quad \sin\frac{2\pi}{n}i+\sin\frac{2\pi}{n}j\right)$$

で与える。さらに，i，j を動かしたとき，$\mathrm{P}_{i,j}$ の取り得る異なる座標の個数を S_n とする。このとき，以下の各問いに答えよ。

(1) $n=3$ のとき，$\triangle\mathrm{P}_{0,0}\mathrm{P}_{0,1}\mathrm{P}_{0,2}$ および $\triangle\mathrm{P}_{1,0}\mathrm{P}_{1,1}\mathrm{P}_{1,2}$ を同一座標平面上に図示せよ。

(2) S_4 を求めよ。

(3) 平面上の異なる 2 点 A，B に対して，$\mathrm{AQ}=\mathrm{BQ}=1$ であるような同一平面上の点 Q はいくつあるか。$\mathrm{AB}=d$ の値で場合分けして答えよ。

(4) S_n を n を用いて表せ。

$\boxed{2}$ xy 平面上の放物線 $P : y^2 = 4x$ 上に異なる 2 点 A，B をとり，A，B それぞれにおいて P への接線と直交する直線を n_A，n_B とする。a を正の数として，点 A の座標を $\left(a,\ \sqrt{4a}\right)$ とするとき，以下の各問いに答えよ。

(1) n_A の方程式を a を用いて表せ。

(2) 直線 AB と直線 $y = \sqrt{4a}$ とがなす角の 2 等分線のひとつが，n_A に一致するとき，直線 AB の方程式を a を用いて表せ。

(3) （2）のとき，点 B を通る直線 r_B を考える。r_B と直線 AB とがなす角の 2 等分線のひとつが，n_B に一致するとき，r_B の方程式を a を用いて表せ。

(4) （3）のとき，直線 AB と放物線 P で囲まれた図形の面積を S_1 とし，P と直線 $y = \sqrt{4a}$，直線 $x = -1$ および（3）の r_B で囲まれた図形の面積を S_2 とする。a を変化させたとき，$\dfrac{S_1}{S_2}$ の最大値を求めよ。

$\boxed{3}$ 曲線 $C : y = f(x)$ $(0 \leqq x < 1)$ が次の条件を満たすとする。

- $f(0) = 0$
- $0 < x < 1$ のとき $f'(x) > 0$
- $0 < a < 1$ を満たすすべての実数 a について，曲線 C 上の点 $\mathrm{P}\,(a,\ f(a))$ における接線と直線 $x = 1$ との交点を Q とするとき，$\mathrm{PQ} = 1$

このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} (1-x)f'(x)\,dx$ の値を求めよ。

(3) 曲線 C と x 軸，直線 $x = 1$，直線 $y = f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）