

入学試験過去問題

数 学

東京科学大学（医学科）

対象年度：2021 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

配点：120 点

第 1 問

0 から 9 までの相異なる整数が 1 つずつ書かれた 10 個の球が、袋の中に入っている。この袋から球を無作為に 1 個取り出してはもとにもどす操作を 3 回くり返したとき、取り出した球に書かれている数を順に a_1, a_2, a_3 とする。また $b_1 = 10 + a_1, b_2 = 20 + a_2, b_3 = 30 + a_3$ とおき、 $b_1, b_2, b_3, b_1 + b_2 + b_3$ の 1 の位を四捨五入してえられる数をそれぞれ c_1, c_2, c_3, c_4 とする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $b_1 + b_2 + b_3 = 70$ となる確率を求めよ。
- (2) $c_4 = 90$ となる確率を求めよ。
- (3) $c_1 = 20$ かつ $c_1 + c_2 + c_3 > c_4$ となる確率を求めよ。

第 2 問

a, h を正の実数とし, xyz 空間の 5 点 $A(a, a, 0)$, $B(-a, a, 0)$, $C(-a, -a, 0)$, $D(a, -a, 0)$, $E(0, 0, h)$ を頂点とする四角錐を P とする。 P の yz 平面による断面の周の長さが 1 であるとき, 以下の各問いに答えよ。

- (1) h を a の式で表せ。また, a が取り得る値の範囲を求めよ。
- (2) 球 S は P のすべての面に接しているとする。 a が (1) で求めた範囲を動くとき, S の体積が最大となる a の値を求めよ。
- (3) 直方体 Q は 1 つの面が xy 平面上にあり, すべての頂点が P の边上または面上にあるとする。 a を固定したとき, Q の体積が取り得る値の最大値を $V(a)$ とおく。 a が (1) で求めた範囲を動くとき, $V(a)$ の最大値を求めよ。

第 3 問

a, b を正の実数とし, 曲線 $C : y = b\sqrt{1 + \frac{x^2}{a^2}}$ を考える。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) u を実数とし, C 上の点 $\left(u, b\sqrt{1 + \frac{u^2}{a^2}}\right)$ における接線の方程式を, a, b, u を用いて表せ。
- (2) C 上の異なる 2 点における接線の交点の全体からなる領域を図示せよ。
- (3) (2) の領域にある点 (p, q) について, 点 (p, q) を通る C の接線の接点をすべて通る直線の方程式を, a, b, p, q を用いて表せ。