

2010 年度入学者選抜個別 (第 2 次) 学力検査問題

数 学  
(医 学 科)

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は、全部で 16 ページあります。
3. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているので、誤らないように注意下さい。
4. 解答用紙には、必ず解答の過程と結果を記入下さい。
5. 解答は、必ず解答用紙の点線より左に記入下さい。
6. 下書は、問題冊子の余白を使用下さい。ただし、切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には、受験番号欄が 2 か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰り下さい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出下さい。



下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）



1  $a, b, c$  を相異なる正の実数とすると、以下の各問いに答えよ。

(1) 次の 2 数の大小を比較せよ。

$$a^3 + b^3, \quad a^2b + b^2a$$

(2) 次の 4 数の大小を比較し、小さい方から順に並べよ。

$$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2), \quad (a + b + c)(ab + bc + ca), \\ 3(a^3 + b^3 + c^3), \quad 9abc$$

(3)  $x, y, z$  を正の実数とすると

$$\frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z}$$

のとりうる値の範囲を求めよ。



2

座標空間において、8点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(0, 0, 1)$ ,  $D(0, 1, 1)$ ,  $E(1, 0, 1)$ ,  $F(1, 1, 0)$ ,  $G(1, 1, 1)$  をとり、この8点を頂点とする立方体を  $Q$  とする。また点  $P(x, y, z)$  と正の実数  $t$  に対し、6点  $(x+t, y, z)$ ,  $(x-t, y, z)$ ,  $(x, y+t, z)$ ,  $(x, y-t, z)$ ,  $(x, y, z+t)$ ,  $(x, y, z-t)$  を頂点する正八面体を  $\alpha_t(P)$ , その外部の領域を  $\beta_t(P)$  で表す。ただし、立方体および正八面体は内部の領域も含むものとする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1)  $0 < t \leq 1$  のとき、 $Q \cap \beta_t(O) \cap \beta_t(D) \cap \beta_t(E) \cap \beta_t(F)$  の体積、すなわち5個の領域  $Q$ ,  $\beta_t(O)$ ,  $\beta_t(D)$ ,  $\beta_t(E)$ ,  $\beta_t(F)$  の共通部分の体積を  $t$  で表せ。
- (2)  $Q \cap \alpha_1(O) \cap \beta_1(A) \cap \beta_1(B) \cap \beta_1(C)$  の体積を求めよ。
- (3)  $0 < t \leq 1$  のとき、

$$Q \cap \beta_t(O) \cap \beta_t(A) \cap \beta_t(B) \cap \beta_t(C) \cap \beta_t(D) \cap \beta_t(E) \cap \beta_t(F) \cap \beta_t(G)$$

の体積を  $t$  で表せ。



3  $xy$  平面において、次の円  $C$  と楕円  $E$  を考える。

$$C : x^2 + y^2 = 1$$

$$E : x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$$

また、 $C$  上の点  $P(s, t)$  における  $C$  の接線を  $l$  とする。このとき以下の各問いに答えよ。

(1)  $l$  の方程式を  $s, t$  を用いて表せ。

以下、 $t > 0$  とし、 $E$  が  $l$  から切り取る線分の長さを  $L$  とする。

(2)  $L$  を  $t$  を用いて表せ。

(3)  $P$  が動くとき、 $L$  の最大値を求めよ。

(4)  $L$  が (3) で求めた最大値をとるとき、 $l$  と  $E$  が囲む領域のうち、原点を含まない領域の面積を  $A$  とする。 $A$  の値を求めよ。



下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）





