

入学試験過去問題

数 学

東京科学大学（医学科）

対象年度：2006 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

配点：120 点

第 1 問

以下の各問いに答えよ。

- (1) 次の 3 条件 (a), (b), (c) を満たす整数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ の個数を求めよ。

(a) $a_1 \geq 1$

(b) $a_5 \leq 4$

(c) $a_i \leq a_{i+1} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$

- (2) 次の 3 条件 (a), (b), (c) を満たす整数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ の個数を求めよ。

(a) $a_1 \geq 1$

(b) $a_i \geq 0 \quad (i = 2, 3, 4, 5)$

(c) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leq 4$

- (3) n 桁の自然数で各桁の数字の合計が r 以下となるものの個数を n, r を用いて表せ。
ただし $n \geq 1, r \leq 9$ とする。

第 2 問

四面体 $OABC$ において、ベクトル $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ は互いに垂直であるとする。点 O から三角形 ABC を含む平面に垂線 ℓ を引き、その平面と ℓ との交点を H とする。このとき

(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$ を示せ。

さらに $AC = 2$, $BC = 3$ とする。また 2 点 A , H を通る直線と辺 BC との交点を D とするとき、点 H は線分 AD を $2:1$ の比に内分しているとする。このとき以下の各問いに答えよ。

(2) $\overrightarrow{CH} = \alpha \overrightarrow{CA} + \beta \overrightarrow{CB}$ となる定数 α , β を求めよ。

(3) 辺 AB の長さを求めよ。

(4) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。

第 3 問

以下の各問いに答えよ。

- (1) 関数 $g(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ の導関数 $g'(x)$ を求めよ。
- (2) 次の 2 条件 (a), (b) を満たす微分可能な関数 $\varphi(x)$ およびその逆関数 $h(x)$ を求めよ。
 - (a) $\varphi(0) = 0$
 - (b) $\varphi'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
- (3) 次の 4 条件 (a), (b), (c), (d) を満たす微分可能な関数 $f(x)$ を求めよ。
 - (a) $f(0) = 1$
 - (b) $f'(0) = 0$
 - (c) すべての実数 α に対して $f(\alpha) = f(-\alpha)$ が成立する。
 - (d) 正の実数 t に対して座標平面上の曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq t$) の長さを $\ell(t)$ と表すとき, すべての正の実数 t に対して $\ell(t) = f'(t)$ が成立する。