

2005 年度入学者選抜個別 (第 2 次) 学力検査問題

数 学
(医 学 科)

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は、全部で 16 ページあります。
3. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているので、誤らないように注意下さい。
4. 解答用紙には、必ず解答の過程と結果を記入下さい。
5. 解答は、必ず解答用紙の点線より左に記入下さい。
6. 下書は、問題冊子の余白を使用下さい。ただし、切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には、受験番号欄が 2 か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰り下さい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出下さい。

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

1 以下の各問いに答えよ。

(1) 次のように定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{7}{4}$$

$$a_n = \frac{5}{2}a_{n-1} - a_{n-2} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

(2) 次のように定義される数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$b_1 = 2, \quad b_2 = \frac{5}{2}, \quad b_3 = \frac{17}{4}$$

$$b_n = \frac{7}{2}b_{n-1} - \frac{7}{2}b_{n-2} + b_{n-3} \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$$

2 座標平面上で次のように媒介変数表示される曲線 C を考える。

$$\begin{cases} x = \sin 2\theta \\ y = \sin 3\theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) 曲線 C 上で $x > 0$ かつ $y > 0$ となる θ の範囲を求めよ。
- (2) 区間 $0 \leq \theta \leq \pi$ において $|x| = 1$ または $|y| = 1$ となる θ の値をすべて求めよ。
- (3) 次の 3 条件を満たす θ_1, θ_2 の値を求めよ。

$$0 \leq \theta_1 < \theta_2 \leq 2\pi, \sin 2\theta_1 = \sin 2\theta_2 > 0, \sin 3\theta_1 = \sin 3\theta_2 > 0$$

- (4) 曲線 C が自分自身と交わる点の個数を求めよ。

3 次の条件 (i), (ii), (iii) を満たす関数 $f(x)$ ($x > 0$) を考える。

(i) $f(1) = 0$

(ii) 導関数 $f'(x)$ が存在し, $f'(x) > 0$ ($x > 0$)。

(iii) 第2次導関数 $f''(x)$ が存在し, $f''(x) < 0$ ($x > 0$)。

このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $a \geq \frac{3}{2}$ のとき次の3数の大小を比較せよ。

$$f(a), \quad \frac{1}{2} \left\{ f\left(a - \frac{1}{2}\right) + f\left(a + \frac{1}{2}\right) \right\}, \quad \int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} f(x) dx$$

(2) 整数 n ($n \geq 2$) に対して次の不等式が成立することを示せ。

$$\int_{\frac{3}{2}}^n f(x) dx < \sum_{k=1}^{n-1} f(k) + \frac{1}{2} f(n) < \int_1^n f(x) dx$$

(3) 次の極限值を求めよ。ただし $\log$ は自然対数を表す。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \log n! - \log n^n}{\log n}$$

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

