

2004 年度入学者選抜個別 (第 2 次) 学力検査問題

数 学
(医 学 科)

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は、全部で 16 ページあります。
3. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているので、誤らないように注意下さい。
4. 解答用紙には、必ず解答の過程と結果を記入下さい。
5. 解答は、必ず解答用紙の点線より左に記入下さい。
6. 下書は、問題冊子の余白を使用下さい。ただし、切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には、受験番号欄が 2 か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰り下さい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出下さい。

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

1 次の条件 (A), (B) を満たす関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を考える。

(A) $f_n(x)$ は x の n 次式で表される。

(B) 任意の実数 θ に対して次式が成立する。

$$f_n(2 \cos \theta) \sin \theta = \sin(n+1)\theta$$

このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $f_1(x)$, $f_2(x)$ を求めよ。

(2) 次の極限值を求めよ。ただし k は正の定数とする。

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin k\theta}{\sin \theta}$$

(3) $f_n(2)$ を求めよ。

(4) 整式 $f_n(x)$ を $x^2 - 3x + 2$ で割ったときの余りが $ax - 25$ のとき, 次数 n および定数 a を求めよ。

2

関数 $g(x)$ および $f_k(x)$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) を次のように定義する。

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{3}x & (|x| \leq 2 \text{ のとき}) \\ x & (|x| > 2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$f_k(x) = g(x - k) + k$$

正の整数 k, l に対し、整数の組を要素とする集合 S_k および $T_{k,l}$ を次のように定義する。

$$S_k = \{ (m, n) \mid m, n \text{ は整数, } m \neq n, f_k(m) = n \}$$

$$T_{k,l} = \{ (m, n) \mid m, n \text{ は整数, } m \neq n, f_l(f_k(m)) = n \}$$

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $S_k = \{ (k-1, k+1), (k+1, k-1) \}$ となることを示せ。
- (2) $T_{3,4}$ を求めよ。
- (3) $T_{3,k} \neq S_3 \cup S_k$ を満たす整数 k をすべて求めよ。
- (4) $T_{3,k} \neq T_{k,3}$ を満たす整数 k をすべて求めよ。

3

座標平面上に次の5点をとる。ただし a は正の定数とする。

$$A(1, 0), \quad B(-1, 0), \quad C(1, a), \quad D(-1, a), \quad M(0, a)$$

原点を O とするとき、以下の各問いに答えよ。

- (1) 線分 CD 上の任意の点 P に対して次の不等式が成立することを示せ。

$$AP + BP \geq AM + BM$$

- (2) 点 P が線分 OM 上を動くとき、 $AP + BP + MP$ の最小値を求めよ。

- (3) $a = 2$ とする。点 P, Q が四角形 $ACDB$ の内部（辺を含む）を動くとき、 $AP + BP + PQ + CQ + DQ$ の最小値を求めよ。

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

下 書 用 紙 （切り取ってはいけない）

