

# 入学試験過去問題

## 数 学

東京科学大学（医学科）

対象年度：2002年

試験時間：90分

問題数：3問

配点：120点

## 第 1 問

座標空間内に定点  $A, B$  がある。不等式

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AP}|$$

を満たすような  $xy$  平面上の点  $P$  の全体からなる図形を  $D$  とする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1)  $A(0, 0, 1), B(0, 0, 0)$  のとき、図形  $D$  を  $xy$  平面上に図示せよ。
- (2)  $A(0, 0, \sqrt{3}), B(1, 0, 0)$  のとき、図形  $D$  を  $xy$  平面上に図示し、その面積を求めよ。
- (3)  $A(0, 0, 2\sqrt{3}), B(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$  のとき、図形  $D$  の面積を求めよ。

## 第 2 問

以下の各問いに答えよ。

- (1)  $xy$  平面上の曲線

$$y = (x - \alpha)^2(x - \beta) \quad (\alpha, \beta \text{ は定数})$$

の変曲点の座標を  $\alpha, \beta$  を用いて表せ。

- (2)  $xy$  平面上の曲線

$$C: y = x^3 - 3x^2 + ax + b \quad (a, b \text{ は定数})$$

を考える。曲線  $C$  上の点  $P$  における  $C$  の接線が  $P$  と異なる点  $Q$  において  $C$  と交わり、 $Q$  における  $C$  の接線が  $Q$  と異なる点  $R$  において  $C$  と交わっているとする。 $P, R$  の  $x$  座標をそれぞれ  $p, r$  とするとき、 $p$  を用いて  $r$  を表せ。

### 第 3 問

正の整数  $n$  に対し、関数  $f_n(x)$  を次式で定義する。

$$f_n(x) = \int_1^x (x-t)^n e^t dt \quad (e \text{ は自然対数の底})$$

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1)  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  を求めよ。
- (2)  $n \geq 2$  のとき,  $f_n(x) - n f_{n-1}(x)$  を求めよ。
- (3)  $f_n(x) - f'_n(x)$  を求めよ。ここで  $f'_n(x)$  は  $f_n(x)$  の導関数を表す。
- (4)  $n \geq 2$  のとき,  $f_n(x)$  を続けて  $(n-1)$  回微分して得られる関数を求めよ。