

東京科学大学（理工学系） 2025 年 第 2 問

空間の点 $(0, 0, 1)$ を通り $(1, -1, 0)$ を方向ベクトルとする直線を ℓ とし、点 $(1, 0, 3)$ を通り $(0, 1, -2)$ を方向ベクトルとする直線を m とする。

- (1) P を ℓ 上の点とし、 Q を m 上の点とする。また直線 PQ は直線 ℓ と直線 m に垂直であるとする。このとき P と Q の座標、および線分 PQ の長さを求めよ。

- (2) ℓ 上に 2 点

$$A = (t, -t, 1)$$

$$B = (2 + t + \sin t, -2 - t - \sin t, 1)$$

があり、 m 上に 2 点

$$C = (1, t, 3 - 2t)$$

$$D = (1, 2 + t + \cos t, -1 - 2t - 2 \cos t)$$

があるとする。ただし、 t は実数とする。四面体 $ABCD$ の体積を $V(t)$ とする。 $V(0)$ を求めよ。

- (3) t が $t \geq 0$ を動くとき、 $V(t)$ の最大値と最小値を求めよ。