

東京科学大学（医学科） 2023 年 第 3 問

a, b を正の実数, p を a より小さい正の実数とし, すべての実数 x について

$$\int_p^{f(x)} \frac{a}{u(a-u)} du = bx, \quad 0 < f(x) < a$$

かつ $f(0) = p$ を満たす関数 $f(x)$ を考える。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を a, b, p を用いて表せ。

(2) $f(-1) = \frac{1}{2}, f(1) = 1, f(3) = \frac{3}{2}$ のとき, a, b, p を求めよ。

(3) (2) のとき, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ と $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。